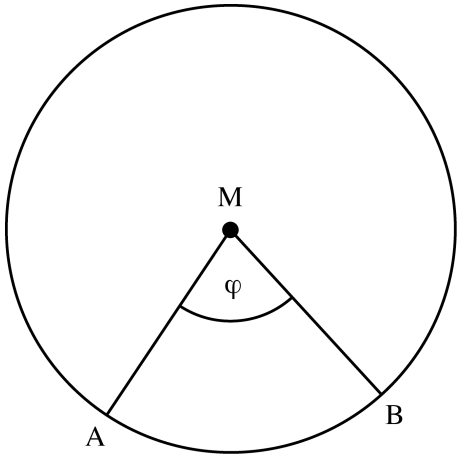
Kreisbogen und Kreissektor



Für jeden Mittelpunktswinkel φ und den zugehörigen Bogen der Länge b gilt:

$$b = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \varphi}{360°}$$

Für die Maßzahl des Flächeninhalts A des Kreissektors mit dem Mittelpunktswinkel φ gilt:

$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \varphi}{360°}$$

Aufgaben:

1 Ein Kreissektor hat den Radius r = 12,5 cm und den Mittelpunktswinkel 120°.
Berechnen Sie die Länge des Bogens b und die Maßzahl des Flächeninhalts A.

2 Ein Kreissektor hat den Radius r = 4 cm und die Bogenlänge b = 23,04 cm.
Berechnen Sie den Mittelpunktswinkel φ und die Maßzahl des Flächeninhalts A.

3 Der Sektor eines Kreises k mit $\varphi < 360°$ hat den gleichen Umfang wie der Kreis k selbst.
Berechnen Sie den Winkel φ.

Lösungen zu den Aufgaben:

1

$$b = \frac{2r\pi \cdot \varphi}{360°} = \frac{2 \cdot 12{,}5 \cdot \pi \cdot 120°}{360°} = 26{,}18 \text{ cm}$$

$$A = \frac{r^2\pi \cdot \varphi}{360°} = \frac{12{,}5^2 \cdot \pi \cdot 120°}{360°} = 163{,}62 \text{ cm}^2$$

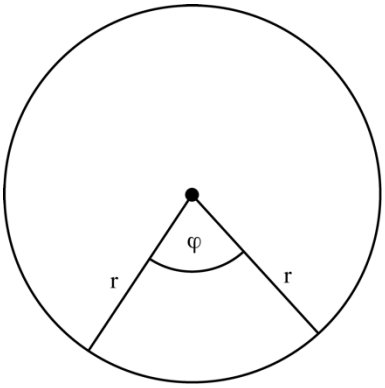
2

$$b = \frac{2r\pi \cdot \varphi}{360°} = 23{,}04 \text{ cm} \quad \Rightarrow 2r\pi \cdot \varphi = 23{,}04 \cdot 360°$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{23{,}04 \cdot 360°}{2r\pi} = \frac{23{,}04 \cdot 360°}{2 \cdot 4 \cdot \pi} = 330{,}02°$$

$$\Rightarrow A = \frac{4^2 \cdot \pi \cdot 330{,}02°}{360°} = 46{,}08 \text{ cm}^2$$

3 Skizze:



Umfang Kreissektor = r + b + r = 2r + b

Umfang Kreis = $2r\pi$

$$\Rightarrow 2r + b = 2r\pi \quad \Rightarrow 2r + \frac{2r\pi \cdot \varphi}{360°} = 2r\pi \quad \Rightarrow \frac{2r\pi \cdot \varphi}{360°} = 2r\pi - 2r$$

$$\Rightarrow 2r\pi \cdot \varphi = (2r\pi - 2r) \cdot 360°$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{(2r\pi - 2r) \cdot 360°}{2r\pi} = \frac{2r(\pi - 1) \cdot 360°}{2r\pi} = \frac{(\pi - 1) \cdot 360°}{\pi} = 245{,}41°$$